

## 自己相関連想記憶において矩形入出関数を用いたときのダイナミックスの特性

門田成治\*, 野島一雄\*

### Characteristics of the Dynamics With a Rectangular Input-Output Function in an Autocorrelation Associative Memory

Seiji KADOTA\*, Kazuo NOJIMA\*

#### Abstract

We have investigated the dynamics of retrieval processes of an autocorrelation associative memory with use of the rectangular input-output function by the computer experiments. Monte Carlo simulations were carried out with the following parameters, the number of neurons  $N$  was 900, the number of memory patterns per one neuron  $a$  was 0.08, and an initial overlap was  $m_0=0.26$  existing in the boundary region in which the memory retrieval was successful or not. We have discussed the behavior of the overlaps and the moments of the noise, and also the effectiveness of the theory presented by Amari et al. and Nishimori et al. As a result, the proper selection of the position and width of the rectangular function would increase the associative ability more than the ordinal step function. By comparison of our simulations with the numerical calculations of their theory, we have confirmed the effectiveness of the theory; that is, the theoretical values were in agreement with our simulations under the limited conditions.

Key Words : associative memory, computer simulation, dynamics, input-output function

#### 序 文

ニューラルネットワークによる連想記憶モデルの中で、自己相関型の連想記憶は最も基本的なものであり、その動作特性は古くから調べられ、数多くの知見が得られている。最近では磁性体におけるスピングラスの概念や描像がこの分野へ応用され誤り訂正符号や画像修復といった情報統計力学的な研究が盛んになっている<sup>1)</sup>。

しかし、連想記憶における系の動的な振る舞いという力学的な特性には理解しにくいものがあり、これまで理論的な解析はあまり進んでおらず断片的に明らかにされてきた。最近、Amariら<sup>2)</sup>により統計力学的に検討され、系を記述するマクロな変数としてオーバーラップ  $m_t$  とノイズ  $N_t$  の分散  $\sigma^2$  の時間変化を表す方程式が導出された。また森田ら<sup>3)</sup>によりニューロンの入出力関数を改良した部分反転法が提案され連想能力が大幅に向上することが示された。Nishimoriら<sup>4)</sup>はAmariらの手法を非単調な入出力関係をもつ系に拡張し、計算機実験で森田らによる提案を確認した。しかしながら内容の複雑さよりネットワーク全体としての詳細な動的性質は十分に理解されていると

は言えないのが実情である。

本研究では想起過程のダイナミックスを矩形入出力関数に変え、ニューロン数  $N=900$ , 1ニューロンあたりの記憶パターン数 (記憶パターン数  $p$  とニューロン数  $N$  の比  $p/N$ )  $\alpha=0.08$  で、彼らによる系の時間発展方程式の有効性を異なった角度からシミュレートし、連想記憶のダイナミックスを詳細に調べることを目的とした。さらにこの矩形入出力関数の適用が想起能力を向上させる可能性があるかどうか検討した。矩形入出力関数の適用は森田らによって提案された部分反転法の内容をより深く探り、動的性質の究明の一助となるものである。

以下では、まず従来の自己相関連想記憶モデルとAmariらやNishimoriらにより導出された時間発展方程式を簡単にまとめた後、想起過程における現状と問題点を数値実験で紹介し、矩形入出力関数に改良して明らかになった動作特性と今後の展望について記述する。

\*愛媛県立医療技術大学保健科学部臨床検査学科

## 方 法

### 1. 自己相関連想記憶の理論的取り扱い

自己相関型ネットワークでニューロン数  $N$ , ニューロンの状態  $S = \pm 1$  の 2 値 Hopfield モデル  $\{S_i^t = \pm 1\}_{i=1, \dots, N}$  で  $p$  個のランダムな記憶パターン  $\xi^\mu$  を埋め込む。なお  $t$  は時間, つまり想起の回数を表す。

$$\left\{ \xi_i^\mu = \pm 1 \right\}_{i=1, \dots, N}^{\mu=1, \dots, p}$$

埋め込んだパターンはランダム性より, 近似的に直交しているとみなせる。

$$\frac{1}{N} \xi_i^\mu \cdot \xi_i^{\nu'} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi_i^\mu \xi_i^{\nu'} = \delta_{\mu\nu} + O\left(\frac{1}{\sqrt{N}}\right)$$

$j$  番目のニューロンから  $i$  番目のニューロンへの結合係数  $J_{ij}$  は Hebb 則に従い

$$J_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{\mu=1}^p \xi_i^\mu \xi_j^\mu$$

とする。

系は離散時間で同期的に動作するモデルを用いる。 $i$  番目のニューロンへの入力信号の総和  $h_i^t$  は

$$h_i^t = \sum_{j \neq i} J_{ij} S_j^t$$

で与えられ, その時間変化は

$$S_i^{t+1} = \text{sgn}(h_i^t)$$

とする。ここでは  $\text{sgn}(x)$  は  $x \geq 0$  のとき 1,  $x < 0$  のとき  $-1$  となるステップ関数である。この場合のニューロンの入出力関数を図 1 (a) に示す。

系のエネルギー  $H$  は Hopfield により

$$\begin{aligned} H &= -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1(i \neq j)}^N J_{ij} S_i S_j = -\frac{1}{2N} \sum_{i \neq j} \sum_{\mu=1}^p \xi_i^\mu \xi_j^\mu S_i S_j \\ &= -\frac{1}{2N} \sum_{\mu=1}^p \left\{ \left( \sum_{i=1}^N \xi_i^\mu S_i \right)^2 - N \right\} \end{aligned}$$

で定義される。系の時間変化とともにエネルギー  $H$  は減少する方向に変化する。

ここでは一般性を失うことがないので想起する記憶パターンを  $\mu = 1$  とし,  $\xi^1 = (1, 1, \dots, 1)$  とする。 $i$  番目のニューロンへの入力信号の総和  $h_i$  は

$$h_i^t = \sum_j J_{ij} S_j^t = \frac{1}{N} \sum_j \sum_{\mu} \xi_i^\mu \xi_j^\mu S_j^t = m_t + N_i^t$$

と変形できる。ここで,

$$m_t^\mu = \frac{1}{N} \sum_j \xi_j^\mu S_j^t$$

$$m_t \equiv m_t^1$$

とした。 $m_t$  は系と思い出そうとしている記憶パターンとの重なりを程度を表しオーバーラップと呼ばれている。また,

$$N_i^t = \frac{1}{N} \sum_{\mu \geq 2} \sum_{j \neq i} \xi_i^\mu \xi_j^\mu S_j^t$$

は思い出そうとしている記憶パターン以外からの集合でありノイズ  $N_i^t$  と呼ばれている。

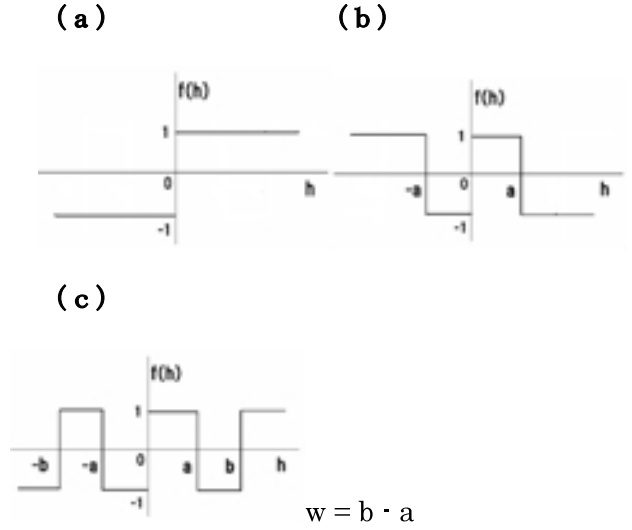


図1 ニューロンの入出力関数

横軸  $h$  は入力信号, 縦軸  $f(h)$  は出力信号で, (a) ステップ関数, (b) 階段型非単調関数, (c) 矩形関数を表す。本文では (c) 矩形関数で,  $a$  をパルスの位置,  $w (= b - a)$  をパルスの幅と表現している。

Amari らは多数の  $\pm 1$  の和であるノイズ  $N_i^t$  を中心極限定理から平均がゼロの正規分布に従うと仮定し, 2つのマクロな変数, つまりオーバーラップ  $m_t$  とノイズ  $N_i^t$  の分散  $\sigma_t^2$  で系の時間発展を記述する漸化式を理論的に導出した。その計算はかなり込み入っており結果の式を以下に示す。(導出の詳細は文献 2 を参照)

$$m_{t+1} = F(m_t / \sigma_t) \quad (1)$$

$$\sigma_{t+1}^2 = \alpha + 4[p(\bar{m}_t)]^2 + 4r\bar{m}_t p(\bar{m}_t) m_{t+1}$$

ここで  $a = p/N$  であり,  $F$  は誤差関数で,

$$F(s) = \int_{-s}^s \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{u^2}{2}\right\} du,$$

$$p(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right),$$

$$\bar{m}_t = m_t / \sigma_t, \quad \alpha = p/N.$$

である。

Nishimori らは入出力関係を非単調な関数  $f(h)$  に拡張し, より一般的な時間発展方程式を導出した。 $f' = df(h)/dh$  としてその結果を以下に示す。

$$m_{t+1} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{\sqrt{2\pi}} \exp(-z^2/2) f(m_t + \sigma_t z) \quad (2)$$

$$\sigma_{t+1}^2 = \alpha + 2\alpha m_t m_{t+1} h(m_t, \sigma_t) + \sigma_t^2 h^2(m_t, \sigma_t)$$

ここで,

$$h(m_t, \sigma_t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{\sqrt{2\pi}} \exp(-z^2) f'(m_t + \sigma_t z)$$

である。彼らは入出力関係を図1(b)に示す階段型非単調関数 $f(h)$ でコンピュータシミュレーションを行い、森田らによる部分反転法による想起能力の向上を確認した。

さらにダイナミクスを変え、前述の理論がどこまで通用するか調べることは興味深いと思われる。本研究ではニューロンの入出力関数を図1(c)に示す矩形関数にとり、パルスの位置 $a$ と幅 $w (= b - a)$ を変え、かつ、時間ステップへ部分的に(1)式を適用した場合の想起過程の様相を詳細に調べた。森田らによる部分反転法の入出力関数は図1(b)の階段型非単調関数に近いものであり、矩形関数の適用は彼らによって提案された内容をより深く探っていくものである。

## 2. ステップ入出力関数による連想記憶の現状と問題点

最初に入出力関数がステップ関数(図1(a))の場合の想起過程の典型的な振る舞いを図2(a)に示す。なお文献2及び文献4との比較とconsistencyを考慮し、ニューロン数 $N=900$ ,  $\alpha=0.08$ で初期オーバーラップ $m_0=0.1\sim 0.8$ までをシミュレートした。図で横軸は時間(想起時間)であり、縦軸はオーバーラップ $m_t$ である。例えば $m_0=0.4$ のデータでは、 $t=4$ でオーバーラップ $m_t$ が1になり完全想起( $m_t=1$ )する。完全想起( $m_t=1$ )するまでの時間と初期オーバーラップ $m_0$ との関係は $m_0$ が大きくなるにつれ、つまりニューロン系の初期状態が想起しようとする記憶パターンとの重なりが大きいかほど想起時間は短くなる。初期オーバーラップ $m_0=0.2\sim 0.3$ の間が想起の可否領域となる。ダイナミクスの詳細な検討に加え、想起能力の向上が本研究の目的でもあるので、この領域中の $m_0=0.26$ を本研究の数値実験に選んだ。

図2(b)に示すように初期オーバーラップ $m_0=0.26$ での想起の振る舞いはランダム初期条件の違いによりさまざまな振る舞いを示す。この中で想起が失敗するもの(例えば図2(b)系列6)と成功するもの(例えば図2(b)系列2)を選びその特性を矩形関数で調べた。なお $m_0$ が0.2よりも小さいもの、および、図2(b)で系列1のように時間 $t=2$ でオーバーラップ $m_t$ が減少傾向を示すものは次節で述べる矩形関数を適用しても想起する可能性が極めて小さかった。

## 結 果

本節では矩形入出力関数によるシミュレーション結果の詳細とAN理論の数値計算との比較した内容を述べる。以下1.では、初期オーバーラップ $m_0=0.26$ で図2(b)系列6のような振る舞いに対して、まず階段型非単調関数

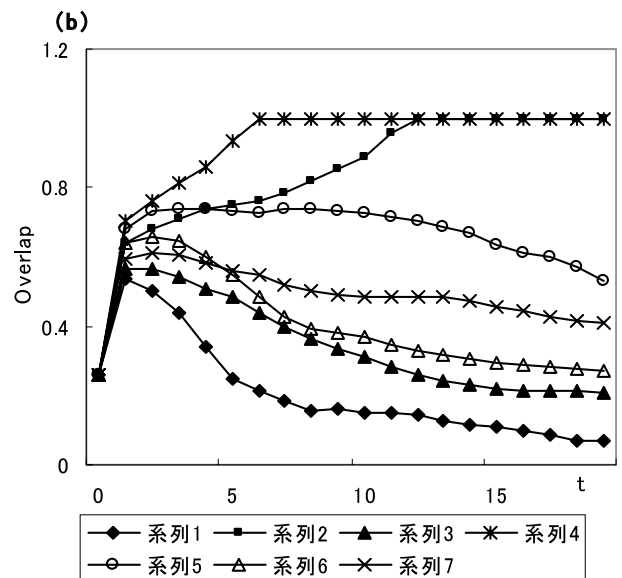
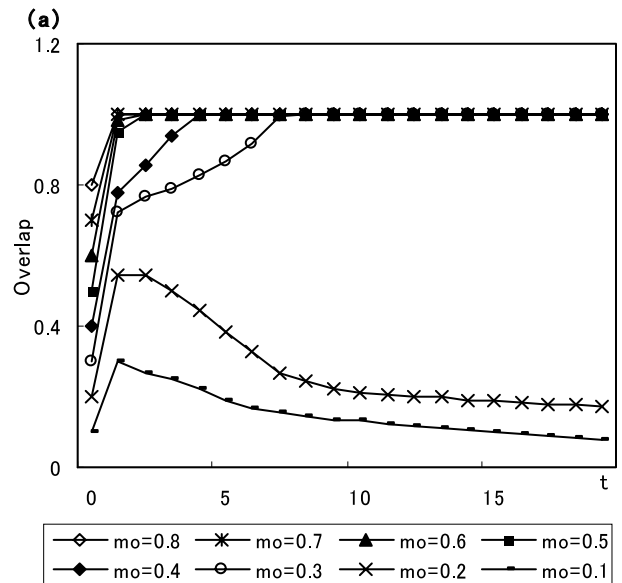


図2 ニューロン数 $N=900$ ,  $\alpha=0.08$ , ステップ関数での想起過程の様子  
横軸は時間 $t$ (想起回数), 縦軸はオーバーラップ $m_t$ を表す。(a)  $m_0=0.1\sim 0.8$ までの典型的な振る舞いを示す。(b) 想起の可否領域 $m_0=0.26$ での初期条件の違いによるさまざまな振る舞いを示す。

(図1(b))でパルスの位置 $a$ を変化させたときの想起の様子を調べ、特徴的な $a$ を2点選び出した。次の2.では、想起時間 $t=2$ のみ入出力関数として矩形関数を適用し1.で選択した2点の $a$ を固定してパルスの幅 $w$ を変化させた。さらに矩形関数の効果を調べるため図2(b)系列2のようにステップ関数で想起が成功する場合に対して同関数を適用し、1.で選んだ $a$ で $w$ を変化させ想起の様子を調べた。同時に(1)式と(2)式のAmariらとNishimoriらの理論を組み合わせた理論(以下AN理論と呼ぶ)の計算値とシミュレーションを比較した。なお、この矩形関数を $a=\infty$ ですべての想起時間に適用す

れば、Nishimori らの数値実験と同じになり、 $w = 0$  とすればステップ関数の場合と同等になる。3. では、ステップ関数で想起が成功する場合と失敗する場合に対してノイズ  $N_i^j$  のモーメント  $M_n$  ( $n$  は次数) の振る舞いを調べ、矩形関数を適用した場合と比較した。

### 1. 階段型非単調関数での $a$ 依存性

図 2 (b) の系列 6 に対して、入出力関数として文献 4 に記述されている階段型非単調関数 (図 1 (b)) でパルスの位置  $a$  を変化させたときの想起の様子を調べた結果を図 3 に示す。なおこのシミュレーションでは文献 4 に従いすべての想起時間にこの関数を適用している。 $a = 0.2$  ではオーバーラップが時間とともに正負に振動しながら減衰するが、 $a = 1.3$  では正で振動をしながら 1 に近づき、Nishimori らによって示されたリミットサイクル的な現象を確認した。以下振動振幅が大きく顕著な様相を示す  $a = 0.2$  と  $a = 1.3$  の 2 点を選び、その特性を矩形関数で調べることにした。

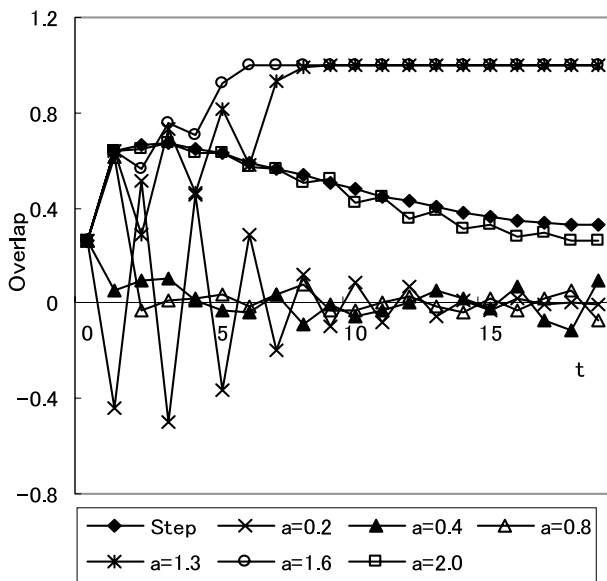


図 3 階段型非単調関数での  $a$  依存性

図 2 (b) 系列 6 のデータに対して階段型非単調関数を適用し、 $a$  を変化させたときのオーバーラップ  $m_t$  の時間変化を示す。 $a = 0.2$  では正負に振動しながら減衰、 $a = 1.3$  では正で振動しながら 1 に近づく。◆Step はステップ関数を表す。

### 2. 矩形関数での $w$ 依存性

ここではステップ関数で想起が成功する場合と失敗する場合に分けて検討した。

#### 1) ステップ関数で想起が失敗する場合

まずパルスの位置  $a = 0.2$  でのパルスの幅  $w$  ( $= b - a$ ) を変化させたときのオーバーラップ  $m_t$  の様相を図 4 (a) に示す。入出力関数として  $t = 2$  のみ矩形関数 (図 1 (c))

を用い、それ以外の時間はステップ関数 (図 1 (a)) を用いた。 $w = 1.2$  でオーバーラップ  $m_t$  は時間とともに急激に  $-1$  に接近し、記憶パターンの反転パターンに想起 ( $m_t = -1$ ) する。さらに  $w$  を大きくしていくとこの反転パターンの想起から遠ざかる。図 4 (a) には  $w = 1.2$  での AN 理論の数値計算も載せており、数値計算は実験データによく合っている。

同様に矩形関数  $a = 1.3$  で  $w$  を変化させたときのオーバーラップ  $m_t$  の様相を図 4 (b) に示す。

パルスの幅  $w$  が  $0.2$  では想起が失敗するが、 $0.4$  では  $t = 10$  で完全想起するようになる。さらに  $w$  を大きくして

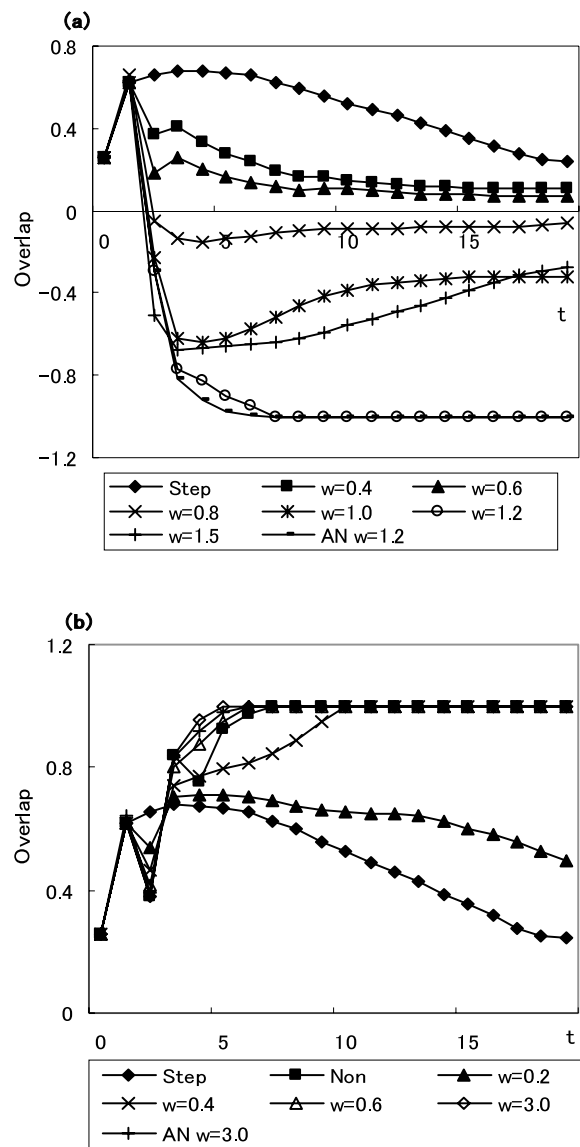


図 4 ステップ関数で想起が失敗する場合のパルスの幅  $w$  依存性 (a)  $a = 0.2$  で  $w$  を変化させたときのオーバーラップ  $m_t$  の様相。図で AN  $w = 1.2$  は  $w = 1.2$  での AN 理論の計算値を示す。(b)  $a = 1.3$  で  $w$  を変化させたときのオーバーラップ  $m_t$  の様相。図で AN  $w = 3.0$  は  $w = 3.0$  での AN 理論の計算値を示す。◆Step はステップ関数、■Non は階段型非単調関数を表す。

いくと想起時間が短くなり、 $w=3.0$ で想起の時間的振る舞いは saturation する。階段型非単調関数では振動しながら完全想起しており、早期想起という観点からは、 $t=2$ のみ矩形入出力関数を用いた方が想起時間は短くなり想起能力が上がるのがわかる。ところで、AN 理論の数値計算は  $w=3.0$  で実験データによく合っている。

## 2) ステップ関数で想起が成功する場合

ステップ関数で図 2 (a) 系列 2 のように完全想起にある程度時間を要する ( $t=10$  程度) 場合に矩形関数を適用した時の想起の様子を図 5 (a) に示す。パルスの幅  $w$  が 0.2 から大きくなるにつれて想起時間が短くなり、 $w$  が 0.6

の近傍で想起の時間的振る舞いは saturation し、階段型の非一様関数の場合に近づく。なお図 5 (b) にこの場合の  $w$  と想起時間の関係をグラフ化したものを示す。

## 3. ノイズ $N_i'$ のモーメント $M_n$ の振る舞い<sup>4)</sup>

思い出そうとしている記憶パターン以外からの集合であるノイズ  $N_i'$  の 1 次モーメント  $M_1$  は平均, 2 次モーメント  $M_2$  は分散  $\sigma^2$ , 3 次モーメント  $M_3$  は歪度, 4 次モーメント  $M_4$  は尖度に相当する。よく知られているようにガウス分布では、 $M_3$  は 0,  $M_4$  は 3 になる。ただし以下の図 6, 図 7 では 4 次モーメントのデータに対し  $M_4$  から 3 を引いた値

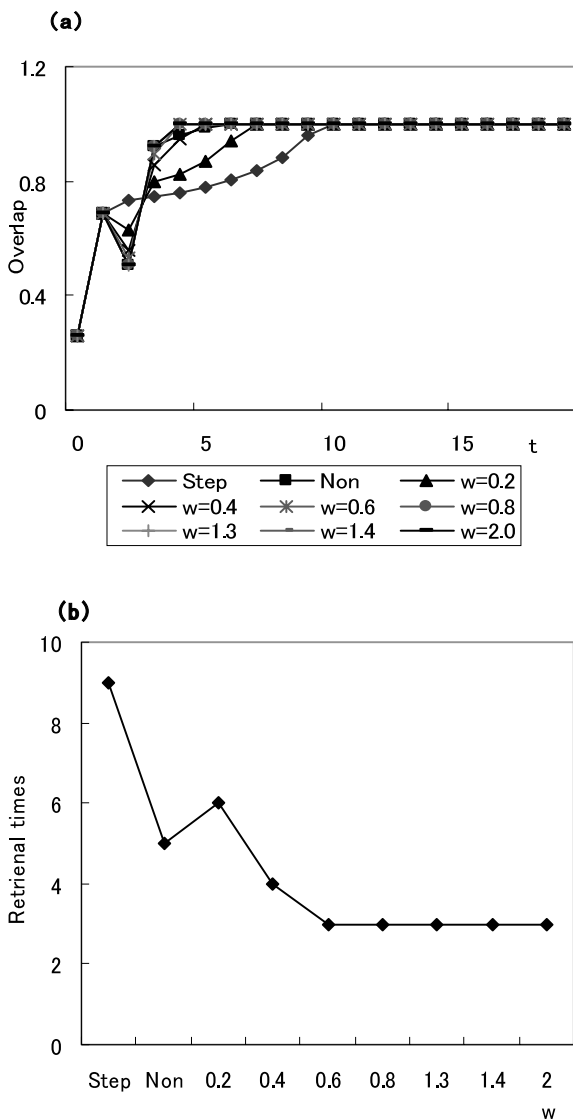


図 5 ステップ関数で想起が成功する場合のパルスの幅  $w$  依存性 (a) 図 2 (b) 系列 2 のデータに対して矩形関数  $a=1.3$  で  $w$  を変化させたときのオーバーラップ  $m_t$  の様相。◆Step はステップ関数, ■Non は階段型非単調関数を表す。(b)  $w$  と完全想起 ( $m=1$ ) の時間のグラフ化。比較のためステップ関数と階段型非単調関数のデータを載せている。Step はステップ関数, Non は階段型非単調関数を表す。

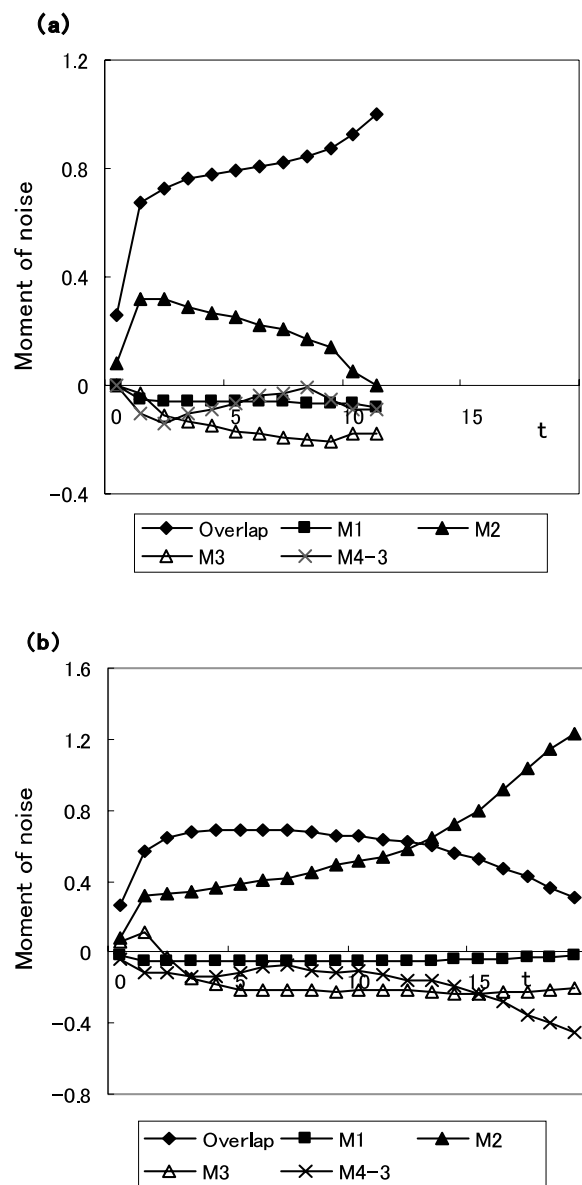


図 6 ステップ関数でのノイズ  $N_i'$  のモーメント  $M_n$  の時間変化 (a) ステップ関数で想起が成功する場合 (b) ステップ関数で想起が失敗する場合

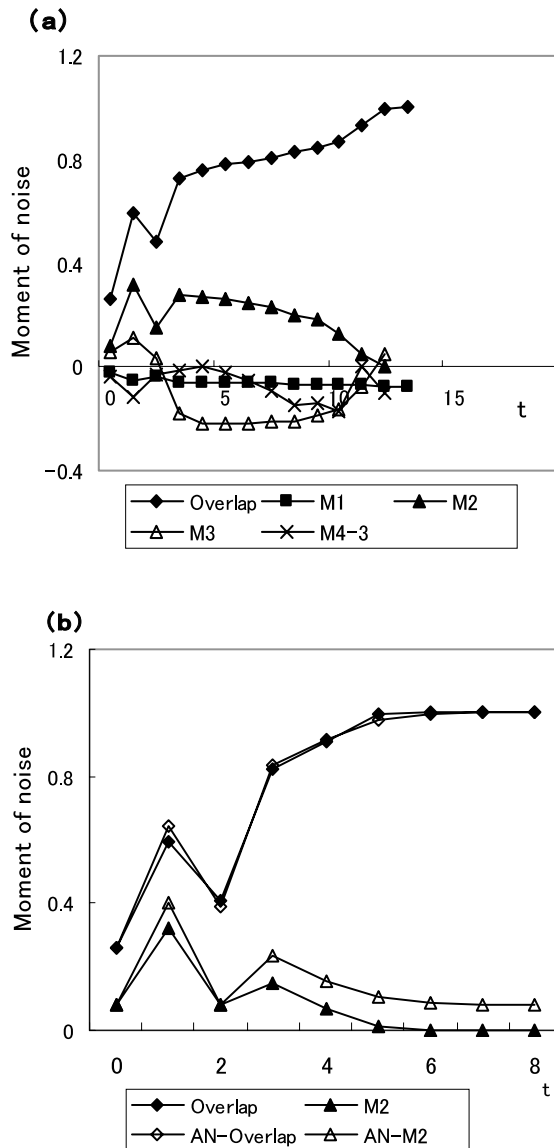


図7 矩形関数を適用したときのノイズ $N'_i$ のモーメント $M_n$ の時間変化

(a) ステップ関数で想起が失敗する場合で、 $t=2$ で矩形関数 ( $a=1.3, w=0.4$ ) を適用。(b) ステップ関数で想起が失敗する場合で  $t=2$ で矩形関数 ( $a=1.3, w=3.0$ ) を適用。AN-Overlap, AN-M2は AN 理論での計算値のオーバーラップと2次のモーメントを示す。

( $M_4-3$ ) をグラフに示す。

### 1) ステップ関数で想起が成功する場合

ステップ関数で想起が成功する場合のこれらのモーメント  $M_n$  の典型的な振る舞いを図6 (a) に示す。オーバーラップ  $m_i$  が1に近づくと2次モーメント  $M_2$  は減少し、3次モーメント  $M_3$  及び4次モーメント  $M_4-3$  はゼロの近傍に停留するようになる。このことはノイズ  $N'_i$  の分布はガウス分布に近くなることを意味する。

### 2) ステップ関数で想起が失敗する場合

ステップ関数で想起が失敗する場合のノイズ  $N'_i$  のモーメント  $M_n$  の時間変化を図6 (b) に示す。2次モーメント  $M_2$  は時間と共に大きくなり、4次モーメント  $M_4-3$  はゼロから遠ざかる傾向にある。このことはノイズ  $N'_i$  の分布はガウス分布からずれることを意味する。これらの特徴的な現象は Nishimori らによる報告<sup>4)</sup>と矛盾しなかった。

さて図6 (b) のステップ関数で想起が失敗する場合に、 $t=2$ で矩形関数 ( $a=1.3, w=0.4$ ) を適用し想起が成功するようになったときのオーバーラップ  $m_i$  とノイズ  $N'_i$  の分散  $\sigma^2$  の時間変化を図7 (a) に示す。オーバーラップ  $m_i$  が1に近づくと2次  $M_2$  および4次のモーメント  $M_4-3$  の成長は止まり、ゼロに接近していく。

矩形関数 ( $a=1.3, w=3.0$ ) を適用したときのオーバーラップ  $m_i$  と分散  $\sigma^2$  のシミュレーションと AN 理論との比較を図7 (b) に示す。オーバーラップ  $m_i$  の理論値は実験データと合致しており、分散  $\sigma^2$  は統計誤差の範囲内で多少のずれがあるが傾向はよく合っている。

## 考 察

$N=900, \alpha=0.08$  のニューロンシステムにおいて、ランダム記憶パターンを埋め込んだときの自己連想記憶の想起可否を示す領域は初期オーバーラップ  $m_0$  が0.2~0.3の範囲であり、 $m_0=0.26$ での想起の振る舞いは初期条件の違いによりさまざまな振る舞いを示す。このことは思い出そうとしている記憶パターンと初期パターンとの重なり程度や距離 (ハミング距離<sup>5)</sup>等) だけでは想起の可否を説明できないことを示している。この可否に結びつく新たな物理量の検討が今後の課題である。

$N$  次元空間内のエネルギー超曲面という観点からは、記憶パターンはこの超曲面の極小値、つまりアトラクターに対応する<sup>6) 7)</sup>。通常  $p$  個の記憶パターンを埋め込むと同数の極小値が存在する。しかし考えている状態空間にはこの極小値に加え多数の擬似極小値<sup>8)</sup> (擬似アトラクター) が混在し、エネルギー超曲面は複雑な構造をとっていると考えられている<sup>5)</sup>。初期オーバーラップ  $m_0=0.26$ のランダム条件より想起を開始することはこの複雑な超曲面を状態遷移していくことになり、目的のアトラクターに到達すれば想起が成功するが、そうでない場合には失敗することに相当する。

入出力関数として矩形関数の適用においては、時間  $t=2$  (あるいは3) あたりでオーバーラップ  $m_i$  が最大となるときに適用することが想起能力の向上に効果的であった。一般に  $t=2$  のとき最も効果が大きかったが、想起の形状、つまりオーバーラップ  $m_i$  が時間的にフラットな振る舞いを呈しているときは  $t=3$  に矩形関数を適用しても大差がない場合もあった。オーバーラップ  $m_i$  が  $t=2$  (あるい

は3)以降減少している場合は、それ以後の時間で矩形関数を適用しても想起が成功する可能性は小さかった。このことは  $t=2$  (あるいは3)あたりがアトラクターか擬似アトラクターに到達する経路の分岐点になると推察される。適切な位置  $a$  と幅  $w$  の矩形関数を適用することは、擬似アトラクターへ向かう想起経路を目的のアトラクターへ進路修正することに相当する。ステップ関数で想起が成功する場合でも矩形関数を適用すれば、完全想起 ( $m_t=1$ ) する時間が短くなり想起能力が向上することが判明した。

想起開始時 ( $t=0$ ) はニューロンの入力信号 ( $h$ ) はガウス分布しており、矩形関数の適用はその分布で特定な領域のニューロンの状態を反転することである。この1回の反転が擬似アトラクターへ向かう想起経路をアトラクターへ向けて進路修正し、連想能力を高め、引き込み領域 (basin of attraction) を広げていることを示唆している。

ノイズ  $N'_i$  は想起開始時 ( $t=0$ ) ではガウス分布をしており、想起が成功するときはこのガウス分布を維持する。しかし想起に失敗した場合はガウス分布からずれてくる。矩形関数の適用により想起の成功に転じたときは再びガウス分布が変わることが判明した。

ところでステップ関数で想起が失敗する場合でも、矩形関数を適用すれば想起が成功するようになる。しかもこの場合の特別なとき (パルスの幅が  $w=3.0$ ) には、図7(b)に示すように実験データと Amari らと Nishimori らの理論 (AN 理論) 計算はよく合致する。彼らの理論はノイズ  $N'_i$  の分布をガウス分布と仮定してオーバーラップとノイズの分散のみで理論を構築している。想起が成功しない場合はノイズのモーメントで高次、特に4次モーメント  $M_4$  の寄与が大きくなりノイズはガウス分布からずれてくる。よってこの場合は彼らの理論の有効外であると言える。なお、文献4で Nishimori らは階段型非単調関数による数値実験でも同様な結論を出している。今後の理論の改良を期待したい。

## 結 語

本稿では自己相関連想記憶において、ニューロン数  $N=900$ , 1ニューロンあたりの記憶パターン数  $\alpha=0.08$  で、想起時間  $t=2$  のみニューロンの入出力関数を矩形関数に変えて想起過程のオーバーラップ  $m_t$  やノイズ  $N'_i$  のモーメント  $M_n$  の振る舞いを詳細に調べた。さらに Amari らと Nishimori らの理論 (AN 理論) の有効性を探った。結論として矩形関数の適用は従来のステップ関数より、また、Nishimori らの階段型非単調関数による方法よりもパルスの位置  $a$  と幅  $w$  を適切に選べば想起能力をさらに向上させる可能性があることが判明した。

ところで森田らの部分反転法におけるニューロンの入出力関数の形状は階段型非単調関数に近く、特定な想起時間 ( $t=2$ ) のみに矩形関数を適用する本研究とは想起のダイナミクスが本質的に異なるものである。今後の課題として、 $\alpha$  を0.08以上で実験を行い、オーバーラップ  $m_t$  やノイズ  $N'_i$  の分布と矩形関数の関係、引き込み領域 (basin of attraction) やエネルギー超曲面の構造を調べることは大変意義深いと思われる。特に、埋め込む記憶パターンをランダムではなく文字や絵等の明記パターンで同様な実験を行うことが望まれる。

## 参 考 文 献

- 1) Nishimori, H.(2001) : Statistical Physics of Spin Glasses and Information Processing, Oxford University Press.
- 2) Amari, S. and Maginu, K.(1988) : Statistical Neurodynamics of Associative Memory, Neural Networks, 1, 63-73.
- 3) 森田昌彦, 吉沢修治, 中野馨 (1990) : 自己相関連想記憶の想起過程とその改良, 電子情報通信学会論文誌, J 73-D-II, 2, 232-242.
- 4) Nishimori, H. and Opris, I.(1993) : Retrieval Process of an Associative Memory With a General Input-Output Function, Neural Networks, 6, 1061-1067.
- 5) Hertz, J., Krogh, A., Palmer, R. G.(1991) : Introduction to the Theory of Neural Computation (1989) : pp.11-41, Addison-Wesley.
- 6) Amit, D. J.(1989) : Modeling Brain Function, pp.155-214, Cambridge University Press.
- 7) Peretto, P.(1992) : An Introduction to the Modeling of Neural Networks, pp.99-152, Cambridge University Press.
- 8) Geszti, T.(1990) : Physical Models of Neural Networks, 1992 : 秋葉巴也訳 : ニューラルネットワークの物理モデル, pp.23-48, 吉岡書店.

## 要 旨

自己相関連想記憶の入出力関数を矩形関数に変え、計算機実験で想起過程のダイナミクスを計算機実験で調べた。ニューロン数  $N=900$ , 1ニューロンあたりの記憶パターン数  $\alpha=0.08$ , 想起の境界領域である初期オーバーラップ  $m_0=0.26$  でモンテカルロ・シミュレーションを行った。矩形関数の適用によるオーバーラップやノイズのモーメントの振る舞い, Amari らや Nishimori らの理論 (AN 理論) の有効性を検討した。その結果, 矩形関数の位置と幅, および, 時間ステップへの組み込みを適当に調整するこ

とにより、従来のステップ関数よりも連想能力が向上することが判明した。シミュレーションと AN 理論の数値計算との比較では特別な条件においてよく合致しており、理論の有効性を確認した。